

DOI:10.13196/j.cims.2021.01.015

改进三维不规则排样构造算法

刘 琥¹, 徐 磊¹, 陈超核¹, 刘嘉敏²

(1. 华南理工大学 土木与交通学院, 广东 广州 510640;

2. 沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要:针对三维不规则排样构造算法的瓶颈问题提出了两方面改进:首先,将不规则三维零件进行矢量图与像素图的混合表达,在算法的初始阶段,零件采用矢量方式表达;在寻找最优排样姿态阶段则使用立方体微粒表达;在算法末尾阶段为了消除零件之间的缝隙并输出精确的排样图,零件恢复为矢量表达。然后,引入航空航天领域的“全姿态”概念:借助经线和纬线在球体上均匀布置多个表面点;以球心为起点,以表面点为终点,从而确定多个旋转轴。通过这种方法,零件可以获得比传统方法更多的旋转轴,从而大大提升了排样姿态的优化搜索空间。通过算例证明,所提算法具有执行速度快和排样性能好的优点。

关键词:三维排样;不规则排样;混合表达;全姿态;构造算法

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A

Improved constructive algorithm for irregular three-dimensional packing problems

LIU Xiao¹, XU Lei¹, CHEN Chaohe¹, LIU Jiamin²

(1. School of Civil and Transportation Engineering, South China University of Technology,

Guangzhou 510640, China;

2. School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: To solve the bottleneck problems in the three-dimensional irregular packing problems, two improved methods were proposed. First, the vector graphics were hybridized with bitmaps to describe the 3D irregular parts. The parts were described in form of vector graphics during the primary procedure of packing, and then represented by the cube-shaped particles before seeking optimal packing attitude. To eliminate the gaps between the parts and to export the accurate packing layout, the parts were restored again with vector graphics. Second, the concept of all-attitude in aerospace field was introduced. Multiple surface points were evenly arranged on the sphere through the longitudinal and latitudinal lines. Thus, multiple axis of rotation could be determined by taking the center of sphere as the starting point and the surface point as the ending point. In this way, the part could get more rotating shafts than the traditional method, thus greatly improving the optimization search space of the packing attitude. Numerical examples proved that the proposed algorithm had the advantages of fast execution speed and good layout performance.

Keywords: three-dimensional packing; irregular packing; hybrid representation; all-attitude; constructive algorithm

0 引言

三维排样是在三维空间将多个零件在容器

内进行优化布排的过程^[1-5],在船舶/航天器舱室布局设计、集装箱装运、激光烧结等领域有广泛应用。排样问题作为一类典型的优化问题,其

收稿日期:2019-04-26;修订日期:2019-07-29。Received 26 Apr. 2019; accepted 29 July 2019.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11627802);上海交通大学海洋工程国家重点实验室研究基金资助项目(1518)。Foundation items: Project supported by the National Natural Science Foundation, China (No. 11627802), and the Research Foundation of State Key Laboratory of Ocean Engineering of Shanghai Jiao Tong University, China (No. 1518)。

“设计变量”为零件排样次序;“目标函数”为零件在容器内的排布密度;“约束条件”为零件之间以及零件与容器之间不重叠/冲突。将零件依次排入容器并计算排布密度的算法称为排样“构造算法”(constructive algorithm),因此构造算法也可看作目标函数的“求解器”。规则三维排样算法已较成熟^[5],不规则排样算法则处于前沿阶段^[1-4]。三维不规则零件几何要素和运动自由度较多,相应的构造算法计算效率很低,已经成为三维不规则排样的瓶颈,有必要对其进行更广泛和深入的研究。

构造算法的核心包括零件可行域构建和零件重叠检测两个。临界多边形(No Fit Polygon, NFP)是构建二维排样^[6]可行域和避免零件重叠的通行工具^[1],但 NFP 的生成算法比较耗时,如果将 NFP 推广到三维,所谓“临界多面体”的生成算法将更加复杂。此外,NFP 在考虑零件旋转时会进一步增加算法耗时。因此,很多学者另辟蹊径,提出两类方法:①“像素”方法,Stoyan 等^[7]将零件分解成多个长方体,将两个零件之间的距离计算在两组长方体之间展开;②“矢量”方法,基于最小势能原理的三维排样启发式算法(Heuristic Algorithm based on the principle of minimum total Potential Energy for 3D packing problems, HAPE3D)^[8-9]采用多面体表达零件,将重叠检测归结于“点与线”以及“线与线”的几何关系判断。HAPE3D 的优点是:零件定位精确、旋转方便;缺点是:①零件顶点数较多时,算法开销大;②零件只能绕 3 个坐标轴旋转,实际上对零件的可行域进行了不必要的限制。

SAT 等^[10]在二维排样问题中,尝试将零件像素化表达,提高了零件重叠检测的效率。本文则在三维排样问题中将“像素化”和“矢量化”方法进行混合,扬长避短,很好地解决了 HAPE3D 的缺点①。全姿态(all attitude)主要用来描述航空、航天领域对象在空间中的方位姿态^[11-12]。方位姿态的描述包含两组要素:①航向角、俯仰角和横滚角;②机体坐标系与地理坐标系之间的关系。HAPE3D 没有考虑第二组要素,这是产生缺点②的根本原因。本文将“全姿态”概念引入三维排样,摆脱了零件只能绕坐标轴旋转的束缚,实现了全方向、多角度的“自由”旋转。

1 概念和预备知识

1.1 零件微粒

采用多面体“矢量化”表达的零件(如图 1a)使用边长为 PSL (particle side length) 的方块微粒 (particle) 进行填充,即变为“像素化”表达(如图 1b)。如图 1b 中的黑色方块所示,可任选一个微粒作为参考微粒 (Reference Particle, RP),零件的平移和旋转均基于 RP。



图1 零件的表达方式

1.2 排样块

与零件“像素化”类似,也可用方块填充容器(如图 2a),该方块称为排样块 (Packing Block, PB),其边长 BSL (packing block side length) = PSL。为方便观察,图 2a 只绘制了容器上端一隅 6 个排样块。为了重叠检测,设置布尔变量 BlockOccupied 作为排样块的占用标志,其初始值为“空”:BlockOccupied[j]=false,其中 $j=0,1,\dots,BN-1$ (BN 为排样块个数)。排入零件后,部分排样块被零件微粒“占据”:BlockOccupied[j]=true。

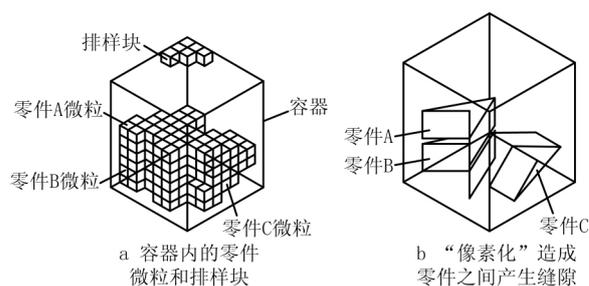


图2 零件与容器

1.3 “分离”判断

如零件在容器内,且与其他零件“分离”,则其排样姿态“可行(Feasible)”。文献^[9]基于矢量图将零件的分离判断归结于点与多面体的包含关系以及线段与面的相交关系,随着零件几何要素(点、线、面)的增多,该分离判断变得非常耗时。本文提出基于最小势能原理和混合图形的三维排样启发式算法(HAPE3D_Hybrid Representation Graphics, HAPE3D_HRG),将零件重叠检测归结于零件微粒

和排样块之间是否重叠的布尔运算。显然,基于布尔运算的重叠检测更为简单、高效,大大提高了构造算法的执行效率。

1.4 “靠接”算法

零件和容器“像素化”之后,有可能在排入零件之间产生空隙(如图 2b),可以通过“靠接”算法消除之。

两个零件 A、B 分离,A 固定,B 向 A 靠拢直至接触(但不重叠),该过程称为零件的靠接^[9],如图 3 所示。为保证足够的精度,靠接算法需要零件为“矢量化”表达。

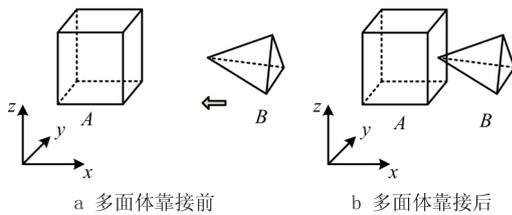


图3 多面体靠接

1.5 全姿态(all-attitude)

全姿态(all-attitude)在航空航天领域用来描述飞机、导弹和卫星的姿态。本文将加以改造并用于三维排样。

如图 4 所示,零件姿态包含两个要素:①零件局部坐标系 z_L 轴的指向;②零件绕 z_L 轴的旋转角。

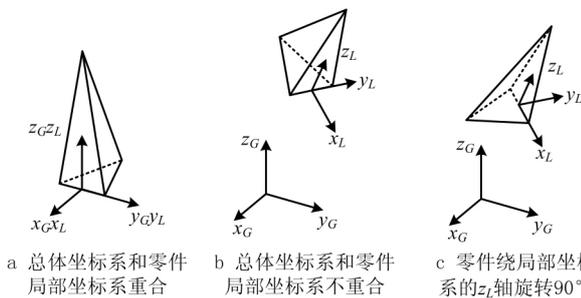


图4 零件姿态

(1) z_L 指向的确定方法

如图 5 所示,以地球中心为起点,球面某点为终点,即可确定 z_L 指向。设定正整数 RN (Rotation Number),就可在球面布置多个点作为 z_L 的终点,步骤如下:

步骤 1 沿经线从南极到北极经过 180° ,分为 RN 等份,可确定 $RN+1$ 个等分点。

步骤 2 沿纬线从本初子午线向东出发,直至回到原点,经过 360° ,共分为 $2RN$ 等份,可确定

$2RN$ 个等分点。

步骤 3 综上共有 $2RN(RN+1)$ 个分布点,另考虑到南北极各有 $2RN$ 个点是重复的,故分布点个数为:

$$2(RN^2 - RN + 1) \tag{1}$$

当 $RN=3$ 时,球面上有 14 个分布点(如图 5)。

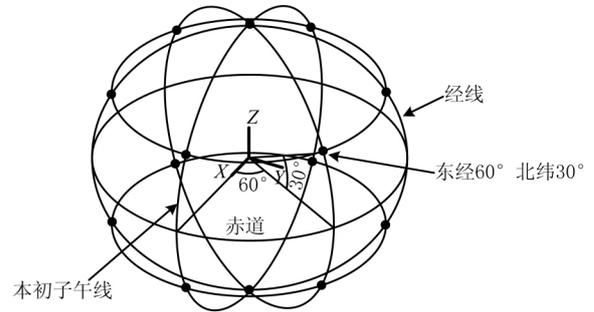


图5 地球表面分布点

(2) 零件绕 z_L 轴的旋转角

如零件绕 z_L 轴旋转 $2RN$ 个角度,即每隔 $180^\circ/RN$ 旋转一个角度,则每个分布点对应 $2RN$ 个姿态。如图 5 所示,假设 $RN=3$,从球心到东经 60° 、北纬 30° 分布点可以确定某个 z_L 轴,零件绕其旋转可以确定 6 个姿态,如图 6 所示。



图6 $RN=3$ 时,零件在某个方向上具有6个姿态

考虑到式(1),零件姿态个数 AN 为:

$$AN = 4RN(RN^2 - RN + 1) \tag{2}$$

三向姿态^[9]下,零件绕 $x、y、z$ 轴旋转 RN 个角度。当 $RN=3$ 时,三向姿态只具备 9 个姿态,如图 7 所示。

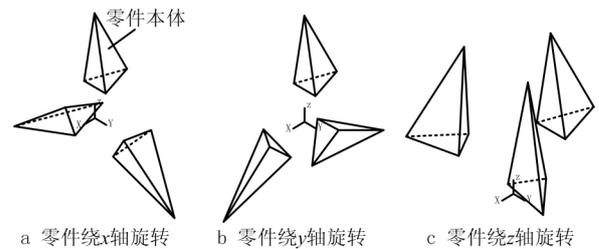


图7 零件的三向姿态

“全姿态”下,零件在 14 个方向上共有 84 个姿态(如图 8)。理论上,只要 RN 足够大,“全姿态”可以充分考虑零件姿态的各种可能,从而令构造算法更有可能在容器空间找到更为优化的姿态。

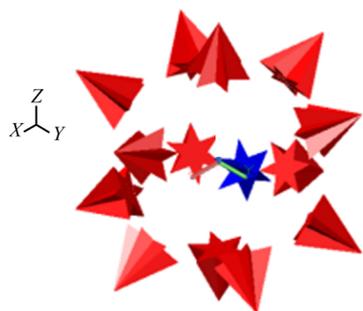


图8 零件的三向姿态和全姿态

2 算法描述

零件在容器内的运动遵循“最小势能原理”：零件总是试图通过平移和旋转降低其重心高度，从而得到更加紧密的排列^[9]。本文在 HAPE3D 基础上利用混合表达图形 (Hybrid Representation Graphics, HRG) 提出了一种改进三维排样构造算法 (HAPE3D_HRG)，算法流程如下：

(1) 为所有零件指定某种排样次序 (比如按照零件体积大小排序)。

(2) 多个排样块 PB 完全充满容器 (PB 边长为 BSL)，令所有排样块处于“空置”状态。

(3) 按照既定排样次序选择某个零件作为当前待排零件。

(4) 确定当前零件 AN 个姿态: $Attitude[i]$ ($i=0, 1, \dots, AN-1$)。

(5) 某个姿态下，当前零件分解为多个微粒 (微粒边长 $PSL = BSL$)，任选一个作为参考微粒 RP 。

(6) 零件访问 BN 个排样块 $PB[j]$ ($j=0, 1, \dots, BN-1$)，即零件平移直至 RP 与 $PB[j]$ 重合。

(7) 找到最优可行排样姿态 (在此姿态下，零件重心高度最低，且零件微粒与排样块不冲突)。

(8) 因为零件和容器分别被微粒和排样块“离散”，当前零件有可能与“已排”零件之间存在空隙 (如图 2b)，可用“靠接”法^[9] (如图 3) 消除之 (靠接之前零件恢复为“矢量化”表达)。

(9) 与当前零件冲突的排样块置为“被占据”。

(10) 如果还有待排零件，则返回步骤 (3)。当所有零件完成步骤 (3)~步骤 (9)，则 HAPE3D_HRG 结束。

步骤 (3)~步骤 (9) 为单个零件的排样，具体实现如图 9 所示。

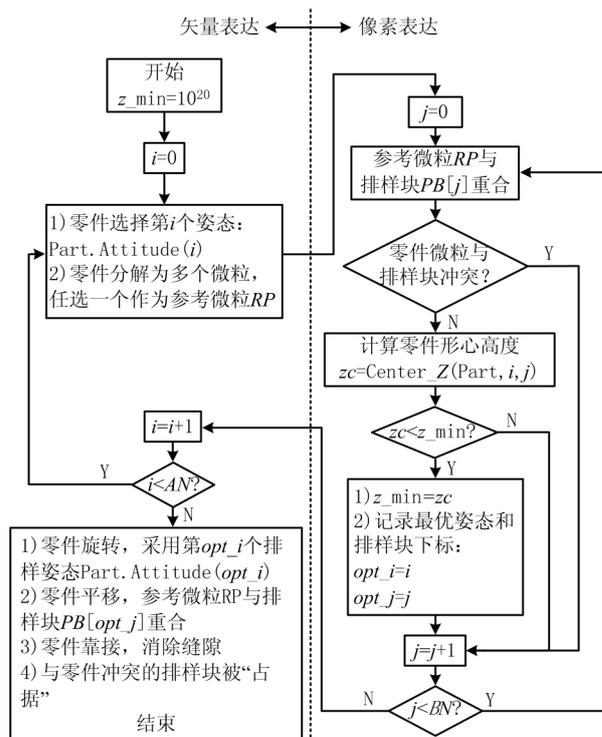


图9 单个零件在容器内排样流程

在步骤 (1)~步骤 (4) 之间，所有零件采用“矢量化”表达；步骤 (5)~步骤 (7) 之间，“待排”零件采用“像素化”表达 (如图 9 虚线右侧)，零件重叠检测由过去复杂的几何关系计算^[9] 转化为零件微粒和排样块之间是否冲突的逻辑判断，这正是算法速度提升的关键所在；从步骤 (8) 开始，待排零件恢复为“矢量化”表达，以方便零件的靠接^[9]，也保证了构造算法在后期能够输出精确的排样图并计算排样密度。

3 算例

为了对 HAPE3D_HRG 进行算法验证和对比，本文编写了程序 (<http://www.huagongchuanhai.cn/packing/>)，进行了两组算例研究。算例 1 研究零件表达对于计算速度的影响，由于零件的旋转方式也会影响算法速度，算例 1 限制了零件的旋转；算例 2 则用来测试 HAPE3D_HRG 的综合表现，并与国外同类算法进行比较。

3.1 算例 1

文献^[7]中多面体算例有 10 种零件类型 (如图 10)，每种零件的数目为 n 。令 n 从 2~5 取值，共进行 4 组实验 (零件不允许旋转)。表 1 中，零件总数 $N=10n$ ；第 1 组 $n=2$ ，零件总数 $N=20$ ；第 2 组 $n=3$ ，零件总数 $N=30$ ，...，依此类推。文献^[9] (PC 主频 3.1

GHz,排样点距 $PPD=1.0\text{ mm}$)使用 HAPE3D 基于矢量图得到的排样密度和时间分别列于表 1 第 3、4 列。本文(PC 主频 3.0 GHz , $BSL=1.0\text{ mm}$)编程实现 HAPE3D_HRG 算法,进行了同样的实验(如图 11),排样密度和时间分别列于表 1 第 5、6 列。图 11 中: l 、 w 和 h 分别为容器的长、宽和零件排样高度(单位:mm);排样密度=所有零件体积/ $(l \times w \times h)$ 。



图10 文献[7]零件类型

表 1 HAPE3D^[9](主频 3.10 GHz)与 HAPE3D_HRG(主频 3.0 GHz)排样密度和时间对比(零件不旋转)

零件总数 N	零件体积 V/mm^3	HAPE3D ^[9]		HAPE3D_HRG		加速倍比
		排样密度/%	t/s	排样密度/%	t/s	
20	8 077	17.22	8.90	17.22	2.17	4.24
30	12 115	19.57	31.15	18.42	3.26	9.87
40	16 153	19.73	40.59	19.73	4.68	8.96
50	20 191	19.63	65.10	20.81	6.32	10.64

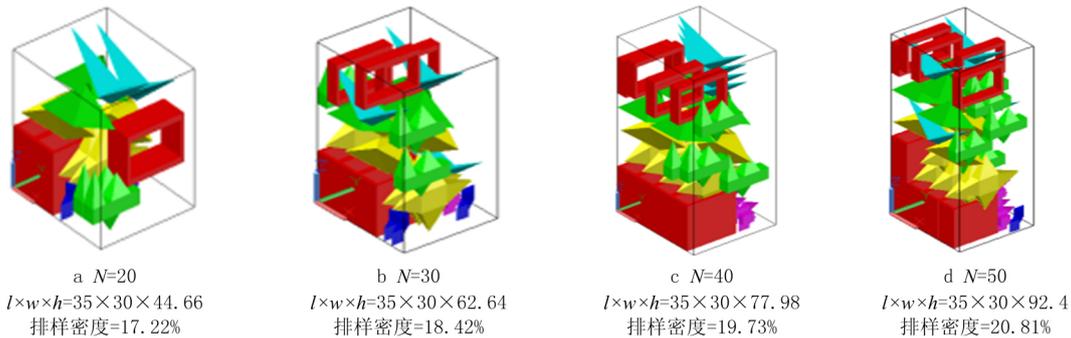


图11 HAPE3D_HRG排样效果(零件不旋转)

如图 11 所示,HAPE3D_HRG 可处理不规则三维零件,并具备孔洞填充功能。如表 1 第 3 列、第 5 列所示,在零件不允许旋转的情况下,新老算法的排样效果基本相当,但后者的计算效率有了显著的提升。如表 1 最后一列所示,HAPE3D_HRG 对老算法的加速比最低为 4.24,最高为 10.64,平均加速比为 8.43(已考虑 PC 主频差异)。

3.2 算例 2

为了进一步测试 HAPE3D_HRG 的综合性能,

令零件全姿态旋转($RN=4$),利用 HAPE3D_HRG 作为目标函数(排样密度)的求解器,以零件排样次序为设计变量,以模拟退火算法 SA 为迭代优化方法,最终得到的排样图如图 12 所示。作为参照,同样将 HAPE3D 与 SA 进行搭配,得到排样图如图 13 所示;另外还将 Romanova 等^[3](主频 2.7 GHz)的排样结果列于图 14 中。3 组对照实验的排样密度和时间如表 2 所示。

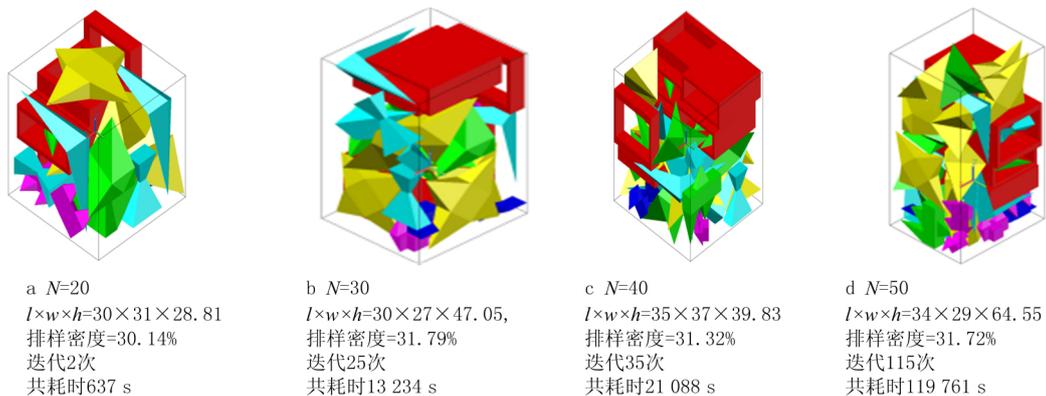


图12 全姿态下HAPE3D_HRG+SA的排样效果($RN=4$)

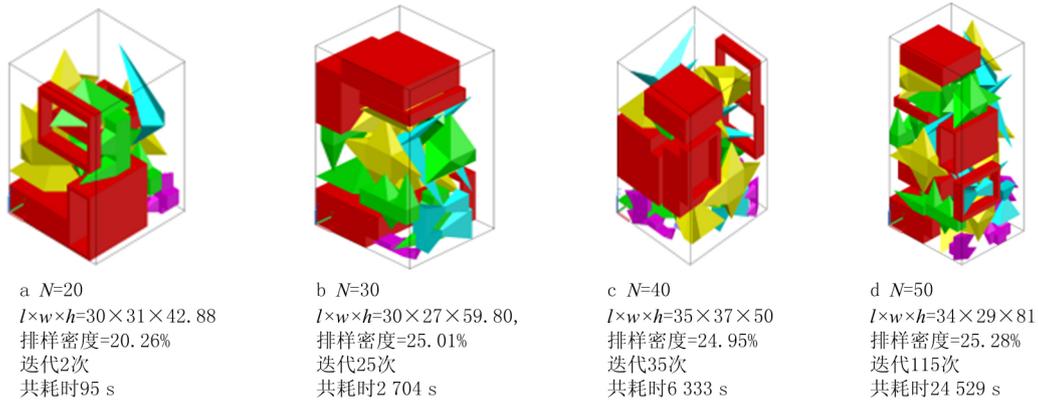
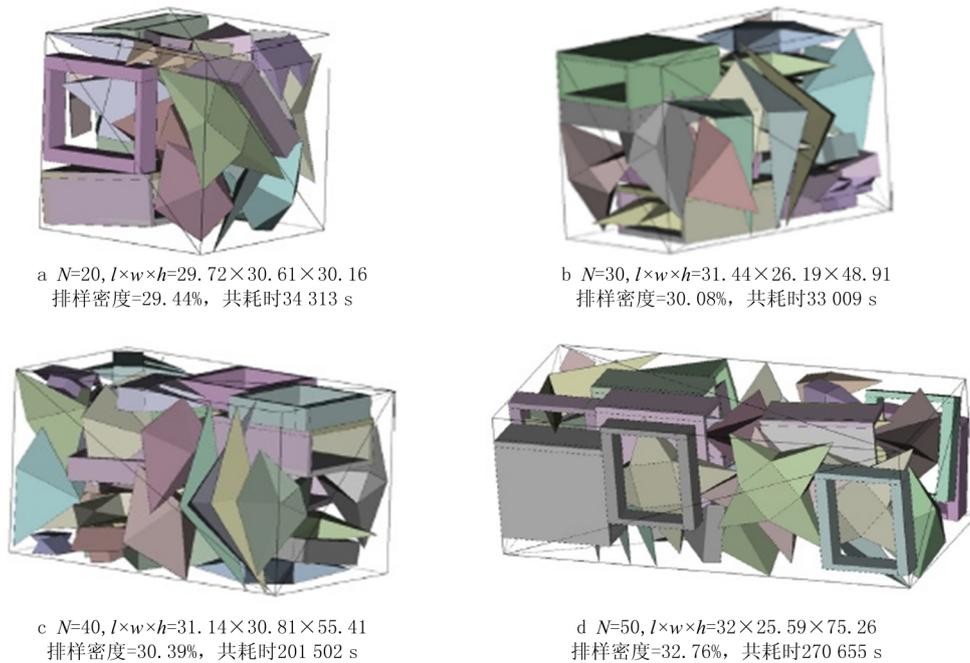


图13 HAPE3D+SA的排样效果(RN=4)

图14 COMPOLY^[3]的排样效果表 2 HAPE3D_HRG+SA(主频 3.0GHz)、HAPE3D+SA(主频 3.0GHz)、COMPOLY^[3](主频 2.7GHz)排样密度和时间对比

零件总数 N	HAPE3D_HRG+SA		HAPE3D+SA		COMPOLY ^[3]	
	排样密度/%	t/s	排样密度/%	t/s	排样密度/%	t/s
20	30.14	637	20.26	95	29.44	34,313
30	31.79	13,234	25.01	2,704	30.08	33,009
40	31.32	21,088	24.95	6,333	30.39	201,502
50	31.72	119,761	25.28	24,529	32.76	270,655

由表 2 可得以下 3 点结论:

(1)在前 3 个算例的比较中,本文算法所得排样密度最好。

(2)HAPE3D+SA 的计算时间比本文算法要短很多,这是因为在 $RN=4$ 的前提下,前者只考虑

零件绕 x, y, z 三个坐标轴的旋转,即一共考虑 $4 \times 3=12$ 个姿态;而根据式(2),本文算法在全姿态条件下,要考虑 208 个姿态。

(3)在排样密度相当的前提下,本文算法的迭代时间比 COMPOLY 要短得多(已考虑 PC 主频差异)。

4 结束语

本文提出一种改进的三维不规则排样构造算法 HAPE3D_HRG,并做了两个方面的工作:

(1)在重叠检测阶段,零件由矢量表达变为像素表达,从而将复杂的几何算法转为简单的布尔运算。整体算法效率提升显著。

(2)零件以“全姿态”旋转,大大扩展了零件姿态的寻优空间。实验证明 HAPE3D_HRG 是一个性能优良的构造算法,将其作为目标函数的“求解器”,可令优化迭代在更短的时间内搜索更大的可行空间,从而有可能得到更优的排样结果。

目前本文只将 HAPE3D_HRG 与模拟退火算法结合进行了初步的研究,与别的优化算法(遗传算法、人工神经网络等)将会擦出怎样的“火花”?这是未来值得研究的课题。此外,零件由矢量表达转为像素表达后,像素越精细,排样效果越好,但同时也会增加存储和计算的负担。如何在排样效果、存储空间以及计算效率之间进行平衡,也需要在未来继续展开研究。

参考文献:

- [1] LEO A A S, TOLEDO F M B, OLIVEIRA J F, et al. Irregular packing problems: A review of mathematical models[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 282 (3): 803-822.
- [2] ARAUJO L, OZCAN, E, ATKIN J, et al. Analysis of irregular three-dimensional packing problems in additive manufacturing: A new taxonomy and dataset[J]. International Journal of Production Research, 2019, 57(18): 5920-5934.
- [3] ROMANOVA T, BENNELL J, STOYAN Y, et al. Packing of concave polyhedra with continuous rotations using nonlinear optimisation [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 57(18): 5920-5934.
- [4] WU Hongteng, LEUNG S C H, SI Y W, et al. Three-stage heuristic algorithm for three-dimensional irregular packing problem [J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 41:

作者简介:

刘 琥(1976—),男,湖北黄石人,副教授,博士,研究方向:船舶结构力学、计算结构力学、计算机辅助设计、优化排样方法等, E-mail: liuxiao@scut.edu.cn;

徐 磊(1995—),男,浙江台州人,硕士研究生,研究方向:船舶结构力学、计算结构力学、优化排样方法等;

陈超核(1962—),男,湖南南山人,教授,博士,研究方向:船舶与海洋工程结构设计、波浪载荷与船舶直接计算法设计、船舶水弹性与结构振动分析等;

刘嘉敏(1964—),女,江苏镇江人,教授,博士,研究方向:计算机图形学与虚拟现实、布局优化等, E-mail: jmliu@sut.edu.cn.

431-444.

- [5] SILVA E F, TOFFOLO T A M, WAUTERS T. Exact methods for three-dimensional cutting and packing: A comparative study concerning single container problems[J]. Computers & Operations Research, 2019, 109: 12-27.
- [6] LUO Qiang, RAO Yunqing, LIU Quanhui, et al. Decimal wolf pack algorithm for rectangular packing problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25 (5): 1169-1179 (in Chinese). [罗 强, 饶运清, 刘泉辉, 等. 求解矩形零件排样问题的十进制狼群算法[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(5): 1169-1179.]
- [7] STOYAN Y G, GIL N, PANKRATOV A, et al. Packing non-convex polytopes into a parallelepiped[J]. Optimization, 2004, 54(2): 215-235.
- [8] LIU Xiao, LIU Jiamin, CAO Anxi, et al. HAPE3D—a new constructive algorithm for the 3D irregular packing problem [J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2015, 16(5): 380-390.
- [9] LIU Xiao, CAO Anxi, YE Jiawei. A novel constructive algorithm for irregular three-dimensional packing problems[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University: Natural Science, 2013, 47(7): 1060-1064 (in Chinese). [刘 琥, 操安喜, 叶家玮. 一种新型不规则三维排样构造算法[J]. 上海交通大学学报: 自然科学版, 2013, 47(7): 1060-1064.]
- [10] SATO A K, MARTINS T C, GOMES A M, et al. Raster penetration map applied to the irregular packing problem[J]. European Journal of Operational Research, 2019, 279(2): 657-671.
- [11] LYU Weiwei, CHENG Xianghong, QIU Wei. Dual-Euler whole attitude solving method based on accurate navigation of missile-borne strapdown inertial navigation system[J]. Aerospace Shanghai, 2019, 36(1): 34-42 (in Chinese). [吕维维, 程向红, 邱 伟. 基于弹载捷联惯性导航系统精确导航的双欧拉全姿态方法[J]. 上海航天, 2019, 36(1): 34-42.]
- [12] GUO Zongben, LIU Jing, LIU Zhu, et al. Research on omnidirectional orienting technology of all attitude inertial navigation system[J]. Navigation and Control, 2017, 16(3): 23-28 (in Chinese). [郭宗本, 刘 静, 柳 柱, 等. 全姿态惯导系统全方位射向装定技术研究[J]. 导航与控制, 2017, 16(3): 23-28.]